TOBB
EKONOMİ VE TEKNOLOJİ
ÜNİVERSİTESİ

MAT 201 ARA SINAV ÇALIŞMA SORULARI

1)

$$x + y - z = 1$$
$$x - 2y - 3z = 4$$
$$2x + y + z = 3$$

lineer denklem sistemini Gauss Eliminasyon veya Gauss Jordan yöntemleri ile çözünüz.

Cevap: $x = 2, \ y = -1, \ z = 0$

2)

$$x + y + z = 3$$
$$x + 2y + z = 3$$
$$x + y + (a^2 - 8)z = a$$

lineer denklem sistemi veriliyor.

i) çözüm olmaması için,

ii) tek çözüm olması için,

iii) sonsuz çözüm olması için,

a ne olmalıdır?

Cevap: i) $a = -3$ ii) $a \in \mathbb{R} - \{-3, 3\}$ iii) $a = 3$

3)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

matrisinin tersini bulunuz.

Cevap:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{6} \\ 1 & -1 & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

4)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

matrisinin tersini elementer matrisler çarpımı şeklinde yazınız.

Cevap:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5) Aşağıdaki matrislerin tersini adjoint matrisleri yardımıyla bulunuz.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & -7 \\ -3 & 2 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Cevap:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{7}{15} & \frac{1}{3} & \frac{7}{15} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & \frac{3}{10} \\ -\frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6)

$$x + y - 2z = -1$$

$$x – 2y - 3z = 1$$

$$2x + y + z = 4$$

lineer denklem sistemini Cramer'in kuralı ile çözünüz.

Cevap: $x = 2,\ y = -1,\ z = 1$

7) $\mathbb{R}^2$ üzerinde

$$(x,y) \oplus (x',y') = (x+x', y+y')$$
$$r \odot (x,y) = (rx, y)$$

işlemleri tanımlanıyor. Bu iki işleme göre $\mathbb{R}^2$ bir vektör uzayı mıdır?

Cevap: Değildir.

8) $\mathbb{R}^3$ üzerinde

$$(x,y,z) \oplus (x',y',z') = (x+x', y+y', z+z')$$
$$r \odot (x,y,z) = (rx, 2, rz)$$

işlemleri tanımlanıyor. Bu iki işleme göre $\mathbb{R}^3$ bir vektör uzayı mıdır?

Cevap: Değildir.

9) Aşağıda bazı vektör uzaylarının bazı alt kümeleri verilmiştir. Vektör uzayında tanımlı standart işlemlere göre verilen alt kümenin alt uzay olup olmadığını gösteriniz. Alt vektör uzayı olanlar için birer taban bulunuz.

a) $A = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \middle| \; 2a - b + c = 1,\; a,b,c \in \mathbb{R} \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$

b) $B = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a+3b \end{pmatrix} \middle| \; a,b \in \mathbb{R} \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$

c) $C = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \middle| \; a = 4c+2,\; a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R} \right\} \subseteq \mathbf{M}_{23}$

d) $D = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & 0 & 0 \end{pmatrix} \middle| \; c < 0,\; a,b,c,d \in \mathbb{R} \right\} \subseteq \mathbf{M}_{23}$

e) $E = \{a_2t^2 + a_1t + a_0 \mid a_1 + a_2 = 2a_0,\; a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbf{P}_2$

f) $F = \{a_2t^2 + a_1t + a_0 \mid a_0 = 4,\; a_1, a_2 \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbf{P}_2$

Cevap: a) Değil.

b) Alt vektör uzayı, $T = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$

c) Değil.

d) Değil.

e) Alt vektör uzayı, $T = \{2t^2 + 1, -t^2 + t\}$

f) Değil.

10) $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ ve $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$ kümleri verilsin.

$span(\alpha)$ için α'nın bir alt kümesi olacak şekilde, $span(\beta)$ için de β'nın bir alt kümesi olacak şekilde taban bulunuz.

Cevap: $T_{span(\alpha)} = \alpha$ ve $T_{span(\beta)} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$